

ANALYSE CINÉMATIQUE ET DYNAMIQUE D'UN ROBOT PATINEUR

Louis-Thomas Schreiber, Clément Gosselin et Thierry Laliberté
Département de génie mécanique, Université Laval, Québec, Qc, Canada
Email: gosselin@gmc.ulaval.ca; louis-thomas.schreiber.1@ulaval.ca

RÉSUMÉ

Cet article présente un algorithme de planification de trajectoire pour un robot patineur entraîné par le mouvement relatif des patins par rapport au corps du robot. Les contraintes cinématiques non-holonomes associées au mouvement du robot sont d'abord établies. Ensuite, les équations du mouvement sont utilisées afin de calculer les efforts de frottement latéraux sur les patins. Un algorithme de planification de trajectoire basé sur des splines polynomiales de degré 7 est alors présenté. Un exemple de trajectoire est aussi montré afin de confirmer la capacité de l'algorithme à produire un mouvement continu et réaliste du robot. Finalement, un design conceptuel préliminaire est présenté.

Mots-clés : robot mobile, planification de trajectoire, système non-holonyme.

KINEMATIC AND DYNAMIC ANALYSIS OF A SKATING ROBOT

ABSTRACT

This paper presents a trajectory planning algorithm for a skating robot driven by the motion of the skates with respect to the body of the robot. The non-holonomic kinematic constraints associated with the motion of the robot are first established. Then, the dynamic equations are used in order to obtain the lateral friction forces acting on the skates. A trajectory planning algorithm is then proposed based on seventh order polynomial splines. An example trajectory is shown in order to demonstrate the ability of the algorithm to produce a continuous and realistic motion of the robot. Finally, a conceptual design of the skating robot is presented.

Keywords: mobile robot, trajectory planning, non-holonomic system.

1. INTRODUCTION

Les robots mobiles sont utilisés dans plusieurs domaines d'application incluant entre autres les tâches industrielles, la surveillance, le déminage et l'exploration planétaire. Bien que plusieurs modes de locomotion aient été proposés dans la littérature, la plupart des robots mobiles se déplacent à l'aide de roues entraînées par des transmissions reliées à des actionneurs [1]. Cette approche, largement utilisée pour les véhicules terrestres (voitures, camions, trains), repose sur des algorithmes de planification de trajectoire robustes et matures. Plus récemment, des véhicules à roues dont les roues ne sont pas entraînées mais dont la propulsion est assurée par une motorisation du corps articulé du véhicule ont été proposés et des analyses dynamiques de ce type de véhicule ont été complétées [2], [3]. À part quelques initiatives dans le domaine de la robotique mobile (voir par exemple [4]), les domaines d'application de ce type de véhicule sont plutôt limités et se limitent principalement aux jouets [5]. Toutefois, ce type de véhicule est très bien adapté à la propulsion d'un véhicule sur patins. En effet, il permet de propulser un véhicule patineur sans que les patins ne quittent la glace, ce qui représente un avantage marqué pour la stabilité, la simplicité et l'efficacité du véhicule, particulièrement si celui-ci est un robot autonome.

Cet article présente la planification de trajectoire d'un robot patineur dont le principe de propulsion est basé sur la motorisation des articulations du robot. D'abord, la modélisation cinématique du robot est présentée. Les équations de contrainte associées à la direction des patins sont obtenues. Ensuite, les équations dynamiques sont établies, ce qui permet de déterminer les efforts de réaction aux patins. Un algorithme de planification de trajectoire est alors proposé afin de permettre au robot de se déplacer de façon autonome d'une configuration (position et orientation) prescrite à une autre. Finalement, un design conceptuel préliminaire du robot est présenté.

2. PRINCIPE DE LOCOMOTION PAR PATINS OSCILLANTS

Le principe de locomotion du véhicule est présenté à la Figure 1 et les variables associées au modèle cinématique sont illustrées à la Figure 2. Le véhicule est muni de trois patins dont la direction par rapport au corps du véhicule est donnée respectivement par les angles ψ_1 , ψ_2 et ϕ . Les patins situés à l'avant du véhicule (les patins faisant un angle ψ_1 et ψ_2 avec le corps du véhicule) sont montés sur un rail transversal qui permet de déplacer les patins le long d'une droite orthogonale à l'axe principal du véhicule. Ainsi, la distance d entre les patins et le point de référence sur le véhicule (de coordonnées (x, y) dans le repère fixe) est variable dans le temps. Finalement, la distance (constante) entre le rail transversal et le patin arrière est notée ℓ et l'angle θ représente l'angle entre la direction principale du véhicule et l'axe des x du repère fixe. Les patins avant décrivent un mouvement de va-et-vient symétrique l'un par rapport à l'autre et s'orientent de façon à suivre une trajectoire sinusoïdale sur la surface de contact. Cette trajectoire est illustrée en rouge à la Figure 1.

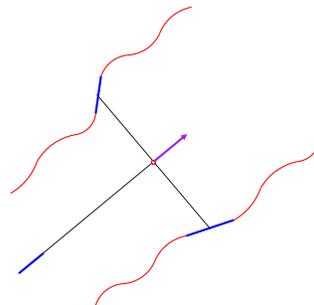


FIG. 1. Principe de locomotion.

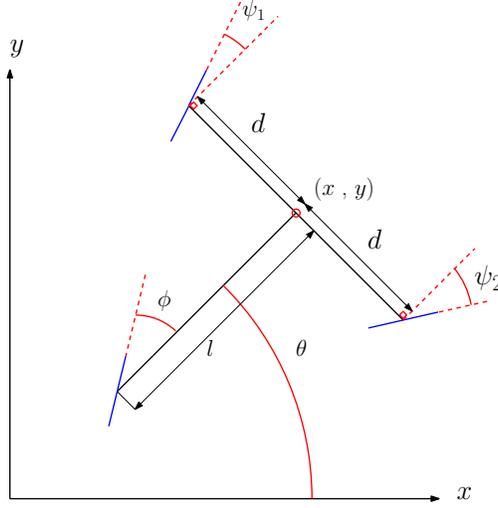


FIG. 2. Modèle général.

3. MODÉLISATION CINÉMATIQUE

3.1. Contraintes cinématiques

En écrivant les équations des vitesses transversales de chaque patin et en posant ces vitesses comme étant égales à zéro (on suppose que les patins ne glissent pas dans la direction orthogonale à l'axe de la lame), les contraintes cinématiques du véhicule sont obtenues. La composante de vitesse perpendiculaire à l'axe du patin 1 s'écrit

$$(\dot{x} - \dot{d} \sin \theta - d \dot{\theta} \cos \theta) \sin(\psi_1 + \theta) - (\dot{y} + \dot{d} \cos \theta - d \dot{\theta} \sin \theta) \cos(\psi_1 + \theta) = 0 \quad (1)$$

alors que la vitesse perpendiculaire à l'axe du patin 2 s'écrit

$$(\dot{x} + \dot{d} \sin \theta + d \dot{\theta} \cos \theta) \sin(\theta - \psi_2) - (\dot{y} - \dot{d} \cos \theta + d \dot{\theta} \sin \theta) \cos(\psi_2 - \theta) = 0 \quad (2)$$

et la vitesse perpendiculaire à l'axe du patin 3 s'écrit

$$(\dot{x} + l \dot{\theta} \sin \theta) \sin(\phi + \theta) - (\dot{y} - l \dot{\theta} \cos \theta) \cos(\phi + \theta) = 0. \quad (3)$$

Ces contraintes sont écrites sous la forme implicite. Toutefois, puisque les vitesses apparaissent linéairement dans ces équations, il est facile de les écrire sous une forme explicite, c'est-à-dire sous la forme $\dot{x} = f_1(l, d, \dot{d}, \psi_1, \psi_2, \theta)$, $\dot{y} = f_2(l, d, \dot{d}, \psi_1, \psi_2, \theta)$ et $\dot{\theta} = f_3(l, d, \dot{d}, \psi_1, \psi_2, \theta)$. Ces équations permettent de produire des simulations de déplacement selon les variables d'entrée, c'est-à-dire les variables qui sont contrôlées par les actionneurs du robot.

3.2. Centre instantané de rotation

Le centre instantané de rotation, noté C , est déterminé géométriquement afin de mieux comprendre les déplacements du robot et de le contrôler efficacement. En exprimant les vitesses absolues des patins, \mathbf{v}_p , et les vitesses relatives du véhicule par rapport à chaque patin, \mathbf{v}_r , il est possible de déterminer la vitesse absolue \mathbf{v}_a des points d'attache, c'est-à-dire des points appartenant au véhicule mais se trouvant toujours dans l'axe de rotation vertical du patin. En effet, la vitesse de ces points est donnée par la somme des vecteurs \mathbf{v}_p et \mathbf{v}_r , c'est-à-dire,

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_r + \mathbf{v}_p. \quad (4)$$

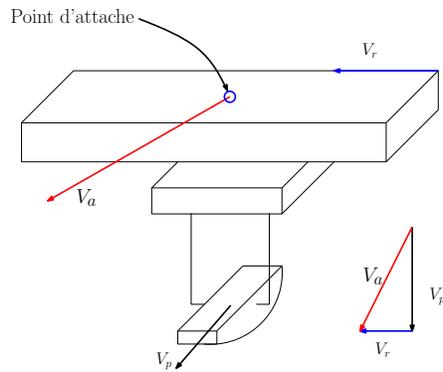


FIG. 3. Vitesse relative et absolue du point d'attache.

Ce principe est illustré à la Figure 3 où le sol est pris comme repère absolu. La vitesse relative vient du déplacement latéral du rail par rapport au patin. La Figure 4 présente la résolution géométrique. Sachant que le centre instantané de rotation doit se trouver dans le prolongement de la perpendiculaire de chacune des trois vitesses absolues (des points d'attaches) et que chaque vitesse absolue doit être proportionnelle à la distance entre le point d'attache et le centre instantané de rotation, le point C peut être déterminé. La convention suivante est utilisée à la Figure 4 : les vitesses relatives des points d'attaches du véhicule par rapport à leur patin respectif sont tracées en bleu, les vitesses absolues possibles des points d'attache du véhicule sont tracées en trait fin rouge et bornées par les pointillés rouges, les vitesses absolues des patins, de direction connue mais de module inconnu sont tracées en noir, les perpendiculaires aux vitesses absolues des points d'attache sont tracées en pointillé noir et finalement les vitesses absolues des points d'attache sont tracées en trait rouge plus gras. La résolution consiste à trouver, parmi toutes celles possibles, l'unique vitesse absolue de chaque roue qui satisfait toutes ces conditions.

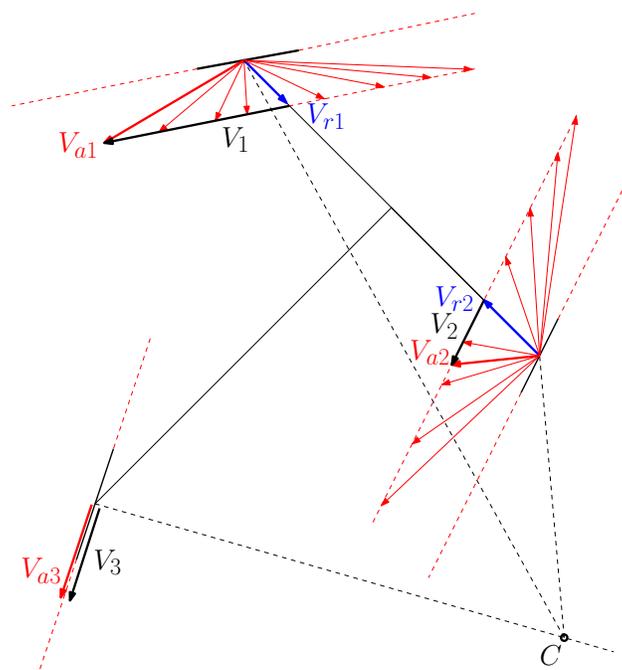


FIG. 4. Détermination géométrique du centre instantané de rotation.

Les équations exprimant les contraintes cinématiques de mouvement par rapport au centre de rotation s'écrivent alors :

$$\begin{bmatrix} x - l \cos \theta - a_3 \sin(\theta + \phi) \\ y - l \sin \theta + a_3 \cos(\theta + \phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} x - d \sin \theta + \frac{a_1 (V_1 \sin(\theta + \psi_1) - \dot{d} \cos \theta)}{\sqrt{(V_1 \cos(\theta + \psi_1) + \dot{d} \sin \theta)^2 + (V_1 \sin(\theta + \psi_1) - \dot{d} \cos \theta)^2}} \\ y + d \cos \theta + \frac{a_1 (-V_1 \cos(\theta + \psi_1) - \dot{d} \sin \theta)}{\sqrt{(V_1 \cos(\theta + \psi_1) + \dot{d} \sin \theta)^2 + (V_1 \sin(\theta + \psi_1) - \dot{d} \cos \theta)^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x + d \sin \theta + \frac{a_2 (-V_2 \sin(\psi_2 - \theta) + \dot{d} \cos \theta)}{\sqrt{(V_2 \cos(\psi_2 - \theta) - \dot{d} \sin \theta)^2 + (V_2 \sin(\theta - \psi_2) + \dot{d} \cos \theta)^2}} \\ y - d \cos \theta + \frac{a_2 (-V_2 \cos(\psi_2 - \theta) + \dot{d} \sin \theta)}{\sqrt{(V_2 \cos(\psi_2 - \theta) - \dot{d} \sin \theta)^2 + (V_2 \sin(\theta - \psi_2) + \dot{d} \cos \theta)^2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

où a_1 , a_2 et a_3 sont respectivement les distances entre les patins 1, 2 et 3 et le centre de rotation, V_i est le module de la vitesse du patin i et C_x et C_y sont les coordonnées en x et y du centre de rotation. Après résolution des équations (1) à (3) et (5) à (7) pour les variables a_i , V_i et les coordonnées du centre de rotation, on obtient :

$$\begin{aligned} C_x = & - (2l\dot{d} \cos \theta \sin \phi \cos \psi_1 \cos \psi_2 - \dot{d} d \sin(\theta + \phi) \cos \psi_1 \sin \psi_2 \\ & - d\dot{d} \sin(\theta + \phi) \sin \psi_1 \cos \psi_2 - 2x\dot{d} \sin \phi \cos \psi_1 \cos \psi_2 \\ & - x\dot{d} \cos(\phi) \cos \psi_1 \sin \psi_2 + x\dot{d} \cos \phi \sin \psi_1 \cos \psi_2 - 2\dot{d} l \sin(\theta + \phi) \cos \psi_1 \cos \psi_2 \\ & - l\dot{d} \cos \theta \cos \phi \sin \psi_1 \cos \psi_2 + l\dot{d} \cos \theta \cos \phi \cos \psi_1 \sin \psi_2) \\ & / (\dot{d} \cos \phi \cos \psi_1 \sin \psi_2 - \dot{d} \cos \phi \sin \psi_1 \cos \psi_2 + 2\dot{d} \sin \phi \cos \psi_1 \cos \psi_2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} C_y = & - (-y\dot{d} \cos \phi \cos \psi_1 \sin \psi_2 + y\dot{d} \cos \phi \sin \psi_1 \cos \psi_2 - 2y\dot{d} \sin \phi \cos \psi_1 \cos \psi_2 \\ & + 2l\dot{d} \sin(\phi) \cos \psi_1 \cos \psi_2 \sin \theta - l\dot{d} \cos \phi \sin \psi_1 \cos \psi_2 \sin \theta \\ & + l\dot{d} \cos \phi \cos \psi_1 \sin \psi_2 \sin \theta + 2l\dot{d} \cos(\theta + \phi) \cos \psi_1 \cos \psi_2 \\ & + d\dot{d} \cos(\theta + \phi) \cos \psi_1 \sin \psi_2 + \dot{d} \cos(\theta + \phi) d \sin \psi_1 \cos \psi_2) \\ & / (\dot{d} \cos \phi \cos \psi_1 \sin \psi_2 - \dot{d} \cos(\phi) \sin \psi_1 \cos \psi_2 + 2\dot{d} \sin \phi \cos(\psi_1) \cos \psi_2). \end{aligned} \quad (9)$$

4. MODÉLISATION DYNAMIQUE

Les forces de réaction transversales des patins sont obtenues avec la sommation des forces et des moments sur le robot. Les forces sont identifiées à la Figure 5 où on note R_i le module de la force de réaction transversale au patin i . On obtient

$$m\ddot{x}_m = R_1 \sin(\theta + \psi_1) + R_2 \sin(\psi_2 - \theta) - R_3 \sin(\theta + \phi) \quad (10)$$

$$m\ddot{y}_m = -R_1 \cos(\theta + \psi_1) + R_2 \cos(\psi_2 - \theta) + R_3 \cos(\theta + \phi) \quad (11)$$

où m est la masse du robot, \ddot{x}_m est la composante x de l'accélération du centre de masse du robot et \ddot{y}_m est la composante y de l'accélération du centre de masse du robot. De plus, la sommation des moments permet d'écrire

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta} = & - (-d \sin \theta + d_m \cos \theta) R_1 \cos(\theta + \psi_1) - (d \cos \theta + d_m \sin \theta) R_1 \sin(\theta + \psi_1) \\ & + (d \sin \theta + d_m \cos \theta) R_2 \cos(\psi_2 - \theta) - (-d \cos \theta + d_m \sin \theta) R_2 \sin(\psi_2 - \theta) \\ & + (-l \cos \theta + d_m \cos \theta) R_3 \cos(\theta + \phi) + (-l \sin \theta + d_m \sin \theta) R_3 \sin(\theta + \phi) \end{aligned} \quad (12)$$

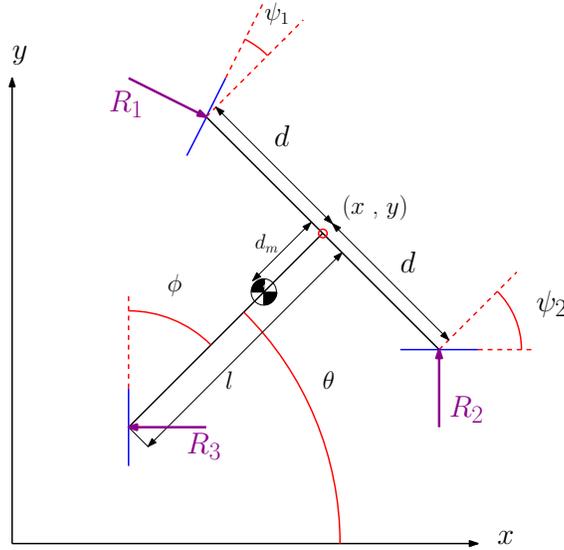


FIG. 5. Forces de réactions sur les patins.

où I est le moment d'inertie du robot par rapport à son centre de masse. Par ailleurs, les composantes de l'accélération du centre de masse du robot peuvent être écrites en fonction des coordonnées de référence comme

$$\ddot{x}_m = \ddot{x} + d_m \dot{\theta}^2 \cos \theta + d_m \ddot{\theta} \sin \theta \quad (13)$$

et

$$\ddot{y}_m = \ddot{y} + d_m \dot{\theta}^2 \sin \theta - d_m \ddot{\theta} \cos \theta \quad (14)$$

où d_m est la distance du centre de masse du robot au point de référence sur celui-ci.

Les équations (10), (11) et (12) peuvent être résolues pour les forces aux patins R_1 , R_2 , R_3 . Ainsi, lorsque la trajectoire du véhicule est connue, il est possible de calculer directement les forces de réaction aux patins.

5. ARCHITECTURE ÉTUDIÉE

Plusieurs variantes de véhicules robotisés peuvent être obtenues à partir du principe de propulsion décrit aux sections précédentes. En effet, il est possible de coupler le mouvement de rotation des patins à leur translation le long du rail transversal ou encore d'actionner ces deux mouvements de façon indépendante. De plus, le patin arrière peut être à orientation fixe ou variable.

Dans cette section, une architecture comportant deux patins oscillants symétriquement sur le rail transversal et pouvant être orientés de façon indépendante est considérée. De plus, dans cette architecture, l'orientation du patin arrière est fixe ($\phi = 0$). Cette architecture particulière impose que le centre de rotation soit situé dans le prolongement de la droite orthogonale au patin fixe et passant par le point de contact de celui-ci avec le sol. Le centre instantané de rotation n'a donc plus qu'un seul 'degré de liberté' qui est fixé par le rayon de courbure de la trajectoire. Cette architecture est choisie pour son efficacité et sa simplicité. Ses capacités en virage sont moins grandes que celles d'un modèle présentant un patin arrière orientable mais elle comporte un actionneur de moins.

Le modèle de robot étudié est contrôlé en imposant les angles (ψ_1, ψ_2) des deux patins moteurs (le troisième étant fixe et droit, c'est-à-dire $\phi = 0$). Les angles sont déterminés à partir du rayon de courbure et de la vitesse désirés ainsi que de la fonction d'oscillation latérale $d = d(t)$, où t est le temps. En effet, le rayon de courbure et la vitesse permettent de déterminer les trois vitesses absolues des points d'attache

alors que la valeur de \dot{d} permet de déterminer la vitesse relative du point d'attache. Ces deux vitesses, tel qu'exprimé dans l'équation 4, permettent de trouver les vitesses des patins. La direction de ces vitesses correspond à l'orientation des patins et, connaissant l'orientation globale du véhicule (θ), il est alors possible de déterminer les angles ψ_1 et ψ_2 . Les relations obtenues s'écrivent :

$$\psi_1 = \arctan \left(\frac{V_3 l}{\rho} + \dot{d}, \frac{V_3 (\rho - d)}{\rho} \right) \quad (15)$$

et

$$\psi_2 = -\arctan \left(\frac{V_3 l}{\rho} - \dot{d}, \frac{V_3 (d + \rho)}{\rho} \right) \quad (16)$$

où ρ est le rayon de courbure local de la trajectoire et où la fonction tangente inverse est calculée à partir de deux arguments, conduisant ainsi à une solution unique pour les angles. Les références utilisées dans les équations 15 et 16 sont présentées à la Figure 6.

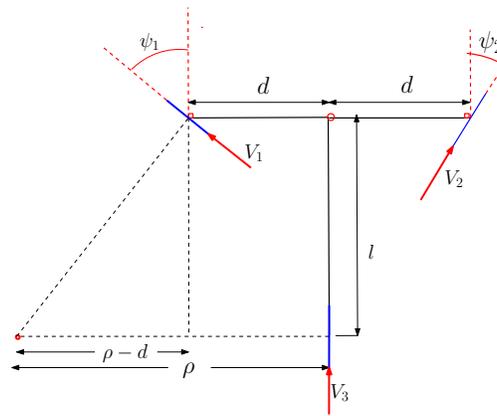


FIG. 6. Références utilisées.

Un exemple de trajectoire est montré à la Figure 7 à gauche. La courbe en bleu représente la trajectoire du point de référence sur le robot alors que les courbes rouges représentent les trajectoires des trois patins. Du côté droit on observe la vitesse et l'accélération frontale du robot. On remarque que la vitesse est continue mais ne se stabilise pas à une vitesse maximale puisque le robot n'atteint pas sa vitesse maximale. Cet exemple permet de constater que le véhicule suit les trajectoires courbes sans discontinuité.

6. PLANIFICATION DE TRAJECTOIRE

Le robot patineur doit pouvoir se déplacer d'une configuration à une autre de façon autonome. À partir de positions initiale et finale connues, il doit générer une trajectoire et la suivre. Les trajectoires sont générées à l'aide de la spline proposée dans [6]. Cette spline est choisie pour sa capacité à interpoler n'importe quelles configurations avec une distance à parcourir minimale. À partir des configurations initiale A et finale B , on définit les vecteurs $\Omega_A = [x_A, y_A, \theta_A, \kappa_A, \dot{\kappa}_A]^T$ et $\Omega_B = [x_B, y_B, \theta_B, \kappa_B, \dot{\kappa}_B]^T$, où les points de référence du véhicule x et y sont situés au point de contact du patin fixe avec le sol et où

$$\kappa = \frac{x'y'' - y'x''}{(x'^2 + y'^2)^{2/3}} = \frac{1}{\rho} \quad (17)$$

est la courbure de la trajectoire. Les variables x' , x'' , y' et y'' correspondent aux dérivées premières et secondes des paramétrisations des coordonnées x et y de la trajectoire. Il est possible de déterminer deux polynômes

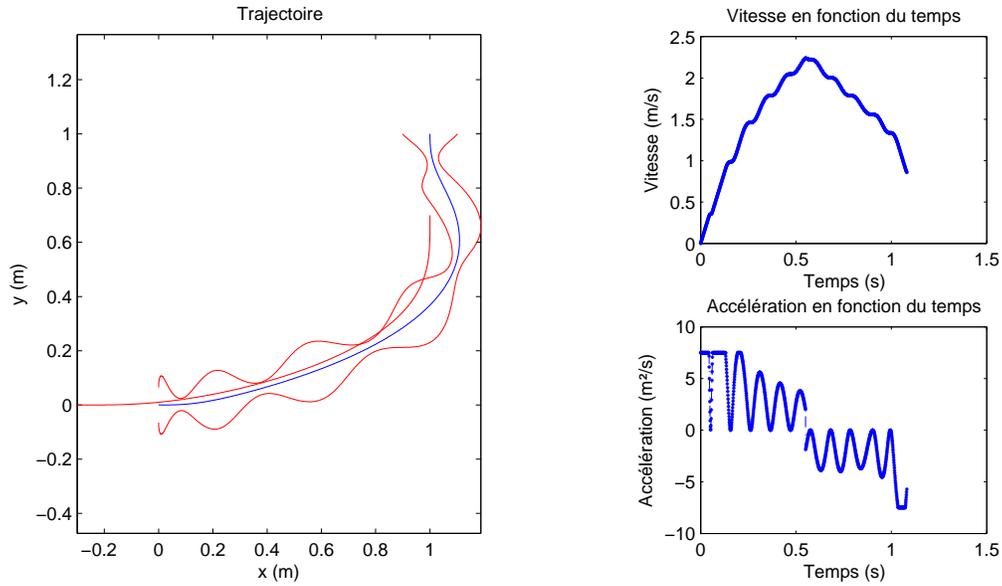


FIG. 7. Exemple de trajectoire du robot.

de degré 7 interpolant les deux configurations. Ces polynômes s'écrivent

$$p_x = \alpha_0 + \alpha_1 s + \alpha_2 s^2 + \alpha_3 s^3 + \alpha_4 s^4 + \alpha_5 s^5 + \alpha_6 s^6 + \alpha_7 s^7 \quad (18)$$

et

$$p_y = \beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2 + \beta_3 s^3 + \beta_4 s^4 + \beta_5 s^5 + \beta_6 s^6 + \beta_7 s^7 \quad (19)$$

où $0 \leq s \leq 1$ est le paramètre de progression le long de la trajectoire. Une interpolation telle que $\kappa = \dot{\kappa} = 0$ est choisie ici et les coefficients prennent la forme suivante (une forme plus détaillée tenant compte de courbures non nulles est présentée dans [7]), soit

$$\alpha_0 = x_A \quad (20)$$

$$\alpha_1 = n_1 \cos \theta_A \quad (21)$$

$$\lambda_1 = n_2 \cos \theta_B \quad (22)$$

$$\alpha_2 = \lambda_2 = \alpha_3 = \lambda_3 = 0 \quad (23)$$

$$\alpha_4 = 35(x_B - x_A) - 20\alpha_1 - 10\alpha_2 - 4\alpha_3 - 15\lambda_1 + 5\lambda_2 - \lambda_3 \quad (24)$$

$$\alpha_5 = -84(x_B - x_A) + 45\alpha_1 + 20\alpha_2 + 6\alpha_3 + 39\lambda_1 - 14\lambda_2 + 3\lambda_3 \quad (25)$$

$$\alpha_6 = 70(x_B - x_A) - 36\alpha_1 - 15\alpha_2 - 4\alpha_3 - 34\lambda_1 + 13\lambda_2 - 3\lambda_3 \quad (26)$$

$$\alpha_7 = -20(x_B - x_A) + 10\alpha_1 + 4\alpha_2 + \alpha_3 + 10\lambda_1 - 4\lambda_2 + \lambda_3 \quad (27)$$

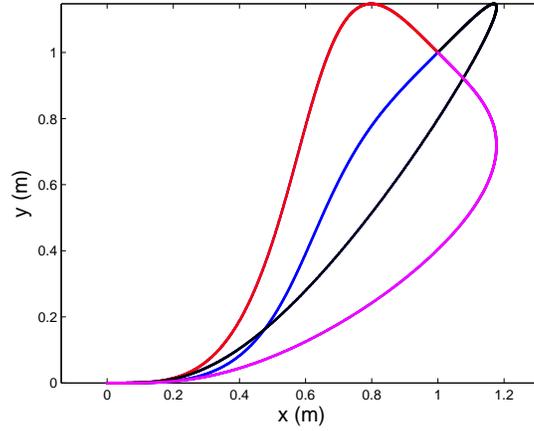


FIG. 8. Interpolation de l'angle final pour des angles allant de 0 à 360 degrés par intervalle de 90 degrés.

et

$$\beta_0 = y_A \quad (28)$$

$$\beta_1 = n_1 \sin \theta_A \quad (29)$$

$$\gamma_1 = n_2 \sin \theta_B \quad (30)$$

$$\beta_2 = \gamma_2 = \beta_3 = \gamma_3 = 0 \quad (31)$$

$$\beta_4 = 35(y_B - y_A) - 20\beta_1 - 10\beta_2 - 4\beta_3 - 15\gamma_1 + 5\gamma_2 - \gamma_3 \quad (32)$$

$$\beta_5 = -84(y_B - y_A) + 45\beta_1 + 20\beta_2 + 6\beta_3 + 39\gamma_1 - 14\gamma_2 + 3\gamma_3 \quad (33)$$

$$\beta_6 = 70(y_B - y_A) - 36\beta_1 - 15\beta_2 - 4\beta_3 - 34\gamma_1 + 13\gamma_2 - 3\gamma_3 \quad (34)$$

$$\beta_7 = -20(y_B - y_A) + 10\beta_1 + 4\beta_2 + \beta_3 + 10\gamma_1 - 4\gamma_2 + \gamma_3. \quad (35)$$

Les paramètres n_1 et n_2 influencent la courbure de la trajectoire et peuvent être interprétés comme des facteurs de la vitesse aux points A et B respectivement. Quatre exemples de trajectoire partant du point $(0,0)$ vers le point $(1,1)$ sont présentés à la Figure 8.

La spline interpole l'angle de la position finale sur 360 degrés tel que montré à la Figure 8. Une fois la trajectoire déterminée, le robot est contrôlé en prescrivant le rayon de courbure correspondant à sa position le long de la trajectoire. Puisque le robot présente un rayon de courbure passant par le patin arrière, les positions initiales et finales (prescrites selon le point central (x,y) du robot) doivent être traduites selon ce repère (le patin arrière). Le rayon de courbure est défini par :

$$\rho = \frac{(x'^2 + y'^2)^{2/3}}{x'y'' - y'x''} \quad (36)$$

Une fois la spline déterminée, un tableau contenant la valeur du paramètre s , la distance parcourue s_r et le rayon de courbure est construit. Ces valeurs sont calculées pour un grand nombre de points répartis le long de la spline, ce qui permet de produire la trajectoire prescrite. Pour calculer la distance parcourue à partir des équations de p_x et p_y , une intégration numérique est effectuée. L'élément d'intégration correspond à $ds_r = \sqrt{(p'_x)^2 + (p'_y)^2}$. L'intégration analytique n'a pas pu être effectuée car l'élément d'intégration ds_r est la racine carrée d'un polynôme de degré 11. Une intégration numérique est donc effectuée.

7. CONTRÔLE DE LA VITESSE

À partir des équations (15) et (16), il est possible d'imposer directement la vitesse du véhicule. Cependant, il est essentiel de ne pas introduire de discontinuité dans la vitesse et de garder une accélération qui soit faisable étant donné les limites physiques du robot. De plus, en raison de la nature non-holonome des contraintes cinématiques du robot, la configuration du robot le long de la trajectoire ne peut pas être prévue. Il est donc difficile de définir une fonction paramétrée pour la vitesse qui donnerait par exemple la vitesse voulue et optimale tout le long de la trajectoire. Par contre, il est possible de déterminer l'accélération possible pour le robot pour une configuration courante donnée. Ainsi, c'est l'accélération qui est directement contrôlée et intégrée pour obtenir la vitesse. L'accélération maximale est calculée à partir des angles des patins. En effet, lorsque les patins sont parallèles, aucune accélération n'est possible puisqu'aucune force vers l'avant du véhicule ne peut être transmise. De même, c'est lorsque les patins sont le plus fortement inclinés que l'accélération maximale peut être effectuée. La modélisation dynamique complète du robot est toujours en cours et c'est pourquoi l'accélération maximale possible est estimée par :

$$\dot{v} = f_a \sin^2 \left(\frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \right) \quad (37)$$

où f_a est une fonction de l'intensité et du signe de l'accélération. Donc, on impose au véhicule une accélération suivant l'équation (37) jusqu'à l'atteindre de sa vitesse cible puis, à une certaine distance de son point d'arrivée, on décélère toujours selon l'accélération donnée par (37). La fréquence d'oscillation des patins est choisie proportionnelle à la vitesse dans le but d'utiliser efficacement la puissance du moteur principal à toutes les vitesses. À faible vitesse, les patins oscillent lentement mais produisent une force plus importante alors qu'à vitesse élevée, les patins oscillent plus vite, gardant du même coup l'angle d'ouverture des patins le plus élevé possible, ce qui permet de mieux orienter la force de friction des patins sur le sol tel qu'illustré à la Figure 9. La limite de l'angle d'ouverture des patins ainsi que de la fréquence d'oscillation sont couplées et sont dictées par la vitesse limite en rotation (autour de l'axe vertical) des patins. Une amplitude et une vitesse très grandes nécessiteraient des moteurs très puissants et ces valeurs doivent donc être limitées.

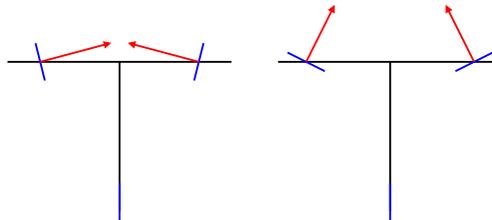


FIG. 9. Orientation de la force de friction.

8. DESIGN

Un véhicule robotisé basé sur le mode de propulsion décrit dans cet article est en cours de conception et de réalisation. Les deux patins moteurs doivent accomplir deux mouvements soit une translation latérale et une rotation autour d'un axe vertical (sans compter la rotation libre selon l'axe horizontal). Pour la translation latérale, les patins sont montés sur des chariots roulants sur des rails. Le moteur central produit le mouvement oscillatoire latéral des deux patins moteurs. Ce mouvement est transmis par une courroie crantée, tel qu'illustré à la Figure 10. Pour la rotation, deux possibilités sont envisagées : les deux moteurs contrôlant l'angle des patins moteurs peuvent être fixés au corps du véhicule ou encore se mouvoir avec les chariots. La première option est illustrée à la Figure 11. Dans ce cas, les moteurs sont reliés aux patins par un double

parallélogramme. La deuxième option est montrée à la Figure 12. Dans ce cas, les moteurs sont montés directement sur les chariots qui oscillent le long du rail transversal. La solution impliquant des moteurs fixes (option 1) diminue de beaucoup la masse (de 57 %) en translation qui est continuellement en accélération mais déporte le centre de masse du véhicule vers l'arrière et limite le mouvement angulaire des patins. Le déplacement du centre de masse vers le patin fixe n'est pas souhaitable car il en résulte une force normale plus faible aux patins moteurs et ainsi une force motrice réduite. L'amplitude du mouvement angulaire des patins est limitée dans le cas des moteurs fixes car les mécanismes à quatre barres entrent en interférence mécanique à des angles avoisinant les 90 degrés. Ainsi, pour le premier prototype, afin de ne pas limiter les possibilités, les moteurs ont été placés sur les chariots mobiles. Une version future plus performante aurait avantage à utiliser des moteurs fixés au corps du véhicule, à les rapprocher le plus possible des patins moteurs et à transmettre le mouvement avec un mécanisme qui ne limite pas l'angle des patins.

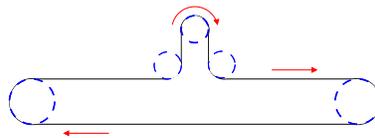


FIG. 10. Transmission du mouvement latéral.

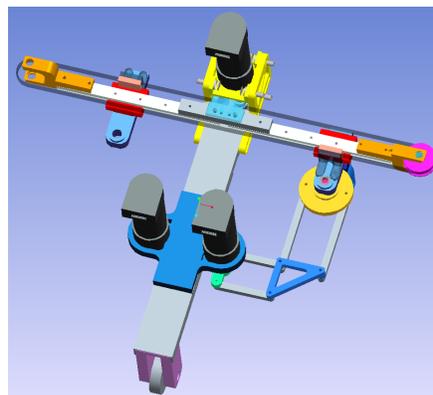


FIG. 11. Design avec moteurs fixes.

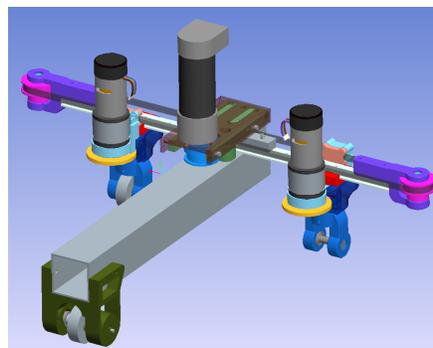


FIG. 12. Design avec moteurs montés sur les chariots.

9. CONCLUSION

Cet article traite de la planification de trajectoire d'un robot patineur dont la propulsion est assurée par l'articulation des différentes parties du robot. Les patins sont maintenus en contact avec la glace en tout temps tandis que leur déplacement par rapport au corps du robot est assuré par le glissement le long d'un rail et la rotation autour de pivots. Les contraintes non-holonomes associées au mouvement du robot sont obtenues et les équations de mouvement sont développées afin de déterminer les efforts de frottement induits. Un algorithme de planification de trajectoire basé sur une spline de degré 7 est proposé afin de relier différentes configurations prescrites. Il est montré que l'algorithme produit des trajectoires continues et qu'il est possible de contrôler la vitesse de progression le long de la trajectoire tout en respectant les contraintes de vitesse et accélération maximale des moteurs. Finalement, le design préliminaire d'un prototype est présenté. Les travaux futurs porteront sur la réalisation et la commande du prototype.

REMERCIEMENTS

L'appui financier du Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG) et du programme des Chaires de Recherche du Canada (CRC) à ce travail est grandement apprécié.

RÉFÉRENCES

1. B. d'Andrea Novel, G.C. and Bastin, G. "Control of nonholonomic wheeled mobile robots by state feedback linearization." In "International Journal of Robotics Research," .
2. Krishnaprasad, P.S. and Tsakiris, D.P. "Oscillations, se(2)-snakes and motion control : a study of the roller racer." *Dynamical Systems*, Vol. 16, pp. 347–397, 2001.
3. Zenkov, D.V., Bloch, A.M. and Marsden, J.E. "The energy-momentum method for the stability of non-holonomic systems." *Dynamics and Stability of Systems*, Vol. 13, No. 2, pp. 123–165. doi :10.1080/02681119808806257, 1998.
4. Cheng, P., Frazzoli, E. and Kumar, V. "Motion planning for the roller racer with a sticking/slipping switching model." In "in Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation," , 2006.
5. PlaSmartInc. "Plasmacar.", Feb. 2013.
URL www.plasmacar.com
6. Wei, J.H. and Liu, J.S. "Collision-free composite η^3 splines generation for nonholonomic mobile robots by parallel variable-length genetic algorithm." In "Computational Intelligence for Modelling Control Automation, 2008 International Conference on," pp. 545 –550. doi :10.1109/CIMCA.2008.200, dec. 2008.
7. Piazzì, A. Parma Univ., P.L.B.C. and Romano, M. " η^3 - splines for the smooth path generation of wheeled mobile robots." In "Robotics, IEEE Transactions on," Vol. 23, pp. 1089 –1095. ISSN 1552-3098. doi : 10.1109/TRO.2007.903816, Oct. 2007.
8. Kanayama, Y., Kimura, Y., Miyazaki, F. and Noguchi, T. "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot." In "Robotics and Automation, 1990. Proceedings., 1990 IEEE International Conference on," pp. 384 –389 vol.1. doi :10.1109/ROBOT.1990.126006, may 1990.
9. LaValle, S.M. *Planning Algorithms*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K. Available at <http://planning.cs.uiuc.edu/>, 2006.
10. d'Andrea Novel, B., Bastin, G. and Campion, G. "Modelling and control of non-holonomic wheeled mobile robots." In "Robotics and Automation, 1991. Proceedings., 1991 IEEE International Conference on," pp. 1130 –1135 vol.2. doi :10.1109/ROBOT.1991.131747, apr 1991.